

Elementi di Teoria dei segnali

Le onde

Onda

- Un'onda è una **perturbazione** che si propaga attraverso lo spazio trasportando **energia** (non materia !).
- Tale **perturbazione** è costituita dalla **variazione di una grandezza fisica** (es. variazione di pressione, temperatura, intensità del campo elettrico, posizione, ecc..) **attorno al suo valore di equilibrio** (che corrisponde a quello in assenza della perturbazione).

Propagazione senza trasporto di materia

Ola



Onda trasversale



Che cosa vibra in un'onda?

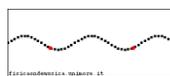
- Nelle cosiddette **onde meccaniche... le particelle del mezzo** in cui si propaga l'onda
- Tuttavia le **onde elettromagnetiche**, la cui esistenza è stata teoricamente prevista dal fisico scozzese J. C. Maxwell nel 1865, **hanno la straordinaria proprietà di propagarsi nel vuoto**
- A "**vibrare**", in questo caso, è un ente immateriale detto **campo elettrico-magnetico**: malgrado la sua immaterialità tale campo produce effetti reali a tutti noti (ad esempio le moderne telecomunicazioni si basano sulla propagazione di tali campi **animazione**)

Onde longitudinali e trasversali

- A seconda che l'oscillazione avvenga **nella direzione di propagazione o perpendicolarmente ad essa** si parlerà rispettivamente di onde longitudinali o trasversali



Onda longitudinale



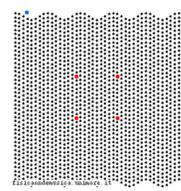
Onda trasversale

Onde longitudinali e trasversali: sezione di un solido

Onda longitudinale

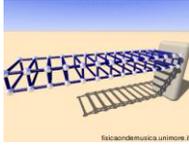


Onda trasversale

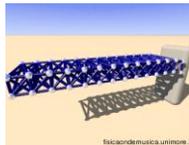


Onde longitudinali e trasversali in un solido

Onda longitudinale



Onda trasversale



Nei gas...

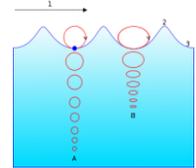
- Le **onde trasversali** richiedono che le **molecole del mezzo siano tenute insieme da forti legami**
- Nel caso dei gas le forze intermolecolari sono troppo deboli per cui **l'unico tipo di onde che si propagano sono quelle longitudinali**
- Le onde sonore sono onde di compressione, e si propagano sia nei solidi, sia nei gas

Propagazione onde sonore

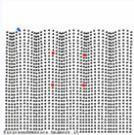


Onde non puramente trasversali o longitudinali

- Queste onde non sono né puramente longitudinali né puramente trasversali: le particelle si muovono in piccole ellissi, o cerchi.
- Di lato è riportato l'esempio di un corpo che galleggia sulla superficie marina



Onda di superficie (di Rayleigh)



Questo tipo di onda scuote la superficie terrestre durante i terremoti, insieme ad onde longitudinali e trasversali come quelle illustrate prima. Si osservi che le particelle ruotano "all'indietro" rispetto alla direzione di propagazione dell'onda.

Onda di gravità alla superficie di un liquido



Queste sono tipicamente le onde che vediamo sulla superficie del mare. Si osservi che le particelle ruotano "in avanti" rispetto alla direzione di propagazione dell'onda.

Per Approfondire

- [Onde sismiche](#)

Interferenza

Costruttiva

ElettroArmonica - Valmore - IT



Distruttiva

ElettroArmonica - Valmore - IT



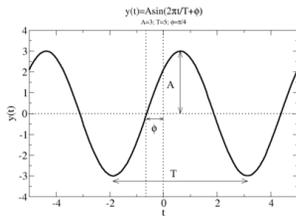
[somma onde applet](#)

Onda Armonica

- Si definisce onda armonica una perturbazione in cui l'oscillazione della grandezza è descritta dalla seguente legge
- A = Ampiezza
- ω = pulsazione $y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$
- ϕ = fase iniziale
- $\omega t + \phi$ = fase

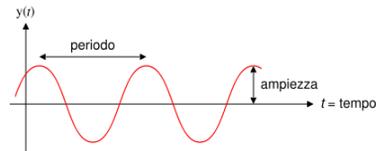
Onda Armonica

$$y_S(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad f = \frac{1}{T}$$

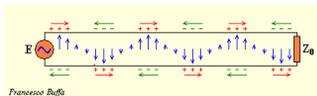


Periodo

- Il periodo T è:
 - il **tempo impiegato per compiere un'oscillazione (sopra-sotto, avanti-indietro, etc...)** e tornare alla condizione di equilibrio.
 - Se rappresentiamo l'ampiezza di un'oscillazione sinusoidale nel tempo si ha il seguente grafico:



Tensione alternata



Frequenza

- La frequenza indica il **numero di oscillazioni compiute in un secondo** e si misura in Hertz ($\text{Hz} = 1/\text{s} = \text{s}^{-1}$)
 - $1000 \text{ Hz} = 1000$ oscillazioni al secondo = $1 \text{ KHz} = 1$ KiloHertz
 - $1 \text{ MHz} = 1$ milione di oscillazioni al secondo
- La frequenza è **l'inverso del periodo**
- Una frequenza elevata \rightarrow oscillazioni rapide (vedi animazioni di prima)

Onda Armonica

- Da notare:
 - Quella mostrata rappresenta l'ipotetica traccia lasciata da un punto che oscilla su e giù (o avanti e indietro nel caso di onde *longitudinali*) su un foglio di carta che scorre a ritmo costante (tipo sismografo)
 - Non è la foto dell'onda! (Sull'asse delle ascisse c'è il tempo non lo spazio!) pertanto non possiamo sapere quale sia la lunghezza d'onda, ovvero a che velocità si stà propagando l'onda nello spazio

Onde

- [animazione onda trasversale](#)
- [animazione onda trasversale edumedia](#)
- [animazione onda longitudinale edumedia](#)

Precisazioni

- Il fatto che vi sia la funzione seno o coseno è indifferente, potrei benissimo scrivere:

$$y = A \cos(\omega t + \varphi)$$
- Infatti queste due funzioni differiscono solo nella fase (sfasamento di 90°)
- Nell'espressione generica vista prima la fase non ha un valore specifico, ma è espressa attraverso la costante (generica) ϕ

Fronte d'onda

- Se il mezzo è *isotropo* (cioè ha le stesse proprietà in ogni direzione dello spazio) tutti i punti alla stessa distanza dalla sorgente sono investiti contemporaneamente dall'onda e **si muovono in sincronia o in fase tra di loro**.
- L'insieme di questi punti costituisce un **fronte d'onda**.
- Spesso però si utilizza anche questa definizione alternativa:
- Un fronte d'onda è l'insieme dei punti del mezzo che vengono interessati **per primi** dalla perturbazione

Approfondimenti

- [Fronte e raggio d'onda](#)
- [Antenne paraboliche](#)

Lunghezza d'onda

- La perturbazione si propaga nello spazio con velocità costante se il mezzo è **omogeneo**
- Dopo un periodo il fronte d'onda avrà percorso una distanza pari a $\lambda = v_p * T$, ovvero l'ampiezza dell'oscillazione a distanza $v*T$ dalla sorgente sarà pari a quella iniziale (che dipende dalla fase *iniziale*)
- Analogamente lungo un certo raggio d'onda tutti i punti separati da una distanza di $\lambda = v_p * T$ saranno interessati da oscillazioni aventi la stessa ampiezza (si intende *y* non *A*!) ovvero saranno «in fase»

Lunghezza d'onda

- Si definisce **lunghezza d'onda** λ la **distanza percorsa dal fronte d'onda in un tempo pari al periodo** (e corrisponde nel caso di un'onda armonica alla distanza che intercorre tra due successivi massimi (o minimi) di oscillazione o in generale a due punti equifase)
- Per appurare la lunghezza d'onda è necessario *fotografare* l'onda mentre si propaga



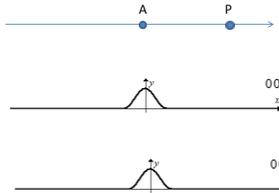
Propagazione

- Noi considereremo onde che si propagano in linea retta ovvero in una certa direzione



- Diremo che... il «*fronte d'onda*» si propaga con una certa velocità v in una certa direzione

Esempio: impulso che si propaga lungo una corda



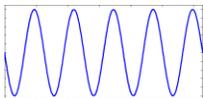
Onda progressiva

- Consideriamo un'onda progressiva, ovvero una perturbazione che si propaga in avanti (verso positivo delle ascisse) con **velocità costante v**
- Un punto che si trova a distanza x dal punto A verrà interessato dalla perturbazione all'istante $t+x/v$, ovvero dopo il tempo necessario a coprire la distanza AP, ma è possibile vedere la cosa anche nei seguenti termini...
- ...all'istante t , la perturbazione del punto P sarà quella che caratterizzava A all'istante $t-x/v$

Onda armonica progressiva

- Nel caso di un'onda armonica otterremo una funzione di due variabili t (= tempo) e x (= spazio) del tipo:

$$y_p(t) = y_A \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \sin \left(\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right) = A \sin(\omega t - \beta x + \varphi)$$



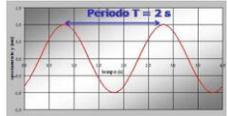
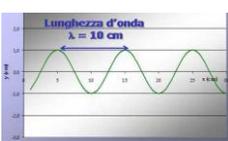
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \text{numero d'onda}$$

Fissiamo x o t

- Se fissiamo il valore di x , osserviamo l'oscillazione in corrispondenza di una **specifica posizione** dell'asse delle x (un punto della corda nell'esempio di prima...)
- Se, al contrario, fissiamo t significa che stiamo scattando **un'istantanea** della corda (ovvero lo stato di tutti i punti della corda in un certo istante di tempo)

Fare attenzione

- Nel caso di **un'onda trasversale** i grafici che si ottengono nei due casi prima citati sono simili
- Il significato dei due grafici però è radicalmente diverso:
 - Nel primo sull'asse delle ascisse c'è il **tempo**($x=0$)
 - Nel secondo lo **spazio**($t=0$)

<p>Y(0,t) Grafico orario di un moto armonico</p>		<p>Lo spostamento è in funzione del tempo: la distanza tra due massimi è il periodo T</p>
<p>Y(x,0) Istantanea di un'onda trasversale</p>		<p>Lo spostamento è in funzione dello spazio: la distanza tra due massimi è la lunghezza d'onda lambda</p>

Fissiamo la posizione : $x=0$

- Il primo grafico è simile alla traccia di un sismografo...vedi [animazione onda trasversale](#)), viene mostrato come varia l'ampiezza dell'oscillazione di un singolo punto della corda nel tempo!!

$$Y(0, t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$



Fissiamo l'istante: $t=0$

- Nel secondo caso, poiché l'onda è trasversale (ovvero l'oscillazione avviene nel piano ortogonale alla direzione di propagazione) e la funzione è sempre una sinusoidale, il grafico è simile

$$Y(x, 0) = A \sin(-\beta x + \varphi)$$

Differenze tra i due casi

- **Nella prima figura** possiamo osservare il **periodo** (il tempo che il punto ci impiega a ritornare nella posizione di equilibrio)...
- **Nella seconda figura** possiamo osservare la **lunghezza d'onda** che dipende dalla velocità con cui l'onda si propaga lungo la corda e da T secondo la relazione:
- $\lambda = v_p * T$ (moto rettilineo uniforme: $s = v * t$)
- [animazione onda trasversale](#)

Legame lunghezza d'onda- periodo

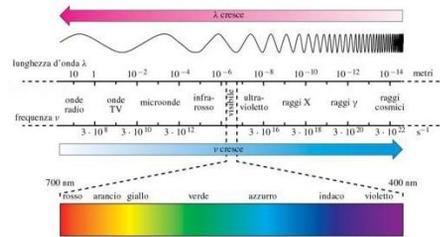
- Lunghezza d'onda e periodo «in teoria» possono essere variati indipendentemente vedi
 - [animazione onda trasversale edumedia](#)
 - [animazione onda longitudinale edumedia](#)
- Ma **se fisso v_p** allora dato T posso ricavare λ e viceversa (ovviamente questo vale anche per la frequenza)
- La velocità di propagazione v_p è determinata dalle caratteristiche fisiche del mezzo in cui si propaga e dalla **frequenza dell'onda** (in quest'ultimo caso il mezzo si dice «dispersivo»).

Onde elettromagnetiche

- Esempi:
 - Luce visibile (radiazione irradiata nel visibile)
 - Calore irradiato dal corpo umano o dal terreno/superfici marine(infrarosso)
 - Radiografie(raggi X)
 - Cellulare(freq. radio/microonde)
 - Forno a microonde(microonde)
 - Raggi cosmici(raggi gamma)

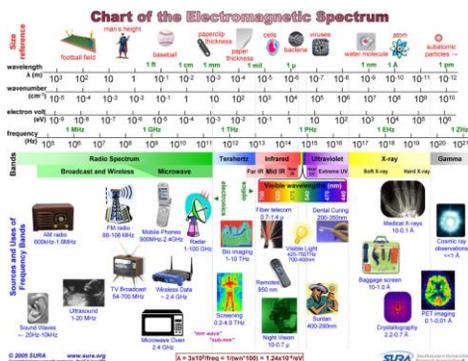
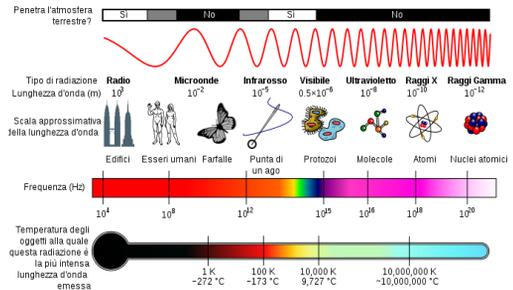
Spettro elettromagnetico

Animazione spettro



Spettro elettromagnetico

- Lo **spettro elettromagnetico**, anche abbreviato in **spettro EM**, è l'insieme di tutte le possibili frequenze delle radiazioni elettromagnetiche.
- Come l'orecchio ha dei limiti nella percezione del suono, l'occhio umano ha dei limiti nella visione della luce. In entrambi i casi, vi sono limiti superiori e inferiori.
- Quantunque si distinguano varie zone nello spettro, non si può dire che esistano tra esse limiti netti.
- È interessante rilevare che solo una parte assai limitata dello spettro contiene radiazioni visibili all'occhio.



Esempio

- In questo momento i vostri corpi stanno «irradiando» prevalentemente nell'infrarosso in quanto hanno una temperatura di qualche decina di gradi. Il calore proveniente da una stufa elettrica è dovuto soprattutto a questo tipo di radiazione(Per approfondire... [Radiazione infrarossa](#)(wikipedia))
- [Infrarosso](#)(video)
- Questo è il calore disperso per irraggiamento(vi sono altri meccanismi come la conduzione e la convezione)

Frequenze...

Tipo di radiazione elettromagnetica	Frequenza	Lunghezza d'onda
Onde radio	< 3 GHz	> 10 cm
Microonde	3 GHz – 300 GHz	1mm – 10cm
Infrarossi	300 GHz – 428 THz	700nm – 1 mm
Luce visibile	428 THz – 749 THz	400 nm – 700 nm
Ultravioletti	749 THz – 30 PHz	10 nm – 400 nm
Raggi X	30 PHz – 300 EHz	1 pm – 10 nm
Raggi gamma	> 300 EHz	< 1 pm

Multipli

number	scientific notation	name	abbreviation
10	1E1	deca	D
10 ²	1E2	etto	h
10 ³	1E3	kilo	k
10 ⁶	1E6	mega	M
10 ⁹	1E9	giga	G
10 ¹²	1E12	Tera	T
10 ¹⁵	1E15	Peta	P
10 ¹⁸	1E18	Exa	E

Sottomultipli

number	scientific notation	name	abbreviation
10 ⁻¹	1E-1	deci	d
10 ⁻²	1E-2	centi	c
10 ⁻³	1E-3	milli	m
10 ⁻⁶	1E-6	micro	μ
10 ⁻⁹	1E-9	nano	n
10 ⁻¹²	1E-12	pico	p
10 ⁻¹⁵	1E-15	femto	f
10 ⁻¹⁸	1E-18	atto	a

Onde elettromagnetiche

- Le onde elettromagnetiche sono *trasversali* perché il campo elettrico e magnetico oscillano sempre perpendicolarmente alla direzione di propagazione dell'onda : [animazione](#)
- La velocità di propagazione **nel vuoto** è indipendente dalla frequenza ed è pari alla velocità della luce nel vuoto indicata con la costante $c \approx 300\,000\text{ Km/sec}$
- Essendo nota la velocità di propagazione è possibile ricavare la lunghezza d'onda a partire dalla frequenza

Onde elettromagnetiche

- $\lambda = v_p * T \rightarrow v_p = \lambda/T \rightarrow v_p = \lambda * f$
- Nel vuoto:
 $v_p = c$
da cui: $\lambda = c/f$

Notare che...

- La velocità della radiazione elettromagnetica **in un mezzo fisico** è $< c$ e dipende dalla frequenza dell'onda e dalle caratteristiche del mezzo in cui si propaga
- La velocità della luce (e di tutte le altre forme di radiazione elettromagnetica) **nel vuoto** è indipendente dalla velocità della sorgente, dalla direzione di propagazione, e dalla velocità dell'osservatore

Serie di Fourier

- Un segnale periodico($y(t) = y(t+T)$) può essere scomposto nella somma di onde *armoniche di frequenza multipla di una frequenza che si dice fondamentale più una componente continua(a_0)*

$$s(t) = A_0 + A_1 \cos(2\pi f_0 t + \theta_1) + A_2 \cos(4\pi f_0 t + \theta_2) + A_3 \cos(6\pi f_0 t + \theta_3) + \dots =$$

$$= A_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \theta_k)$$

Approssimazione onda quadra...



Serie di Fourier

- [animazione edumedia fourier](#)
- [applet](#)